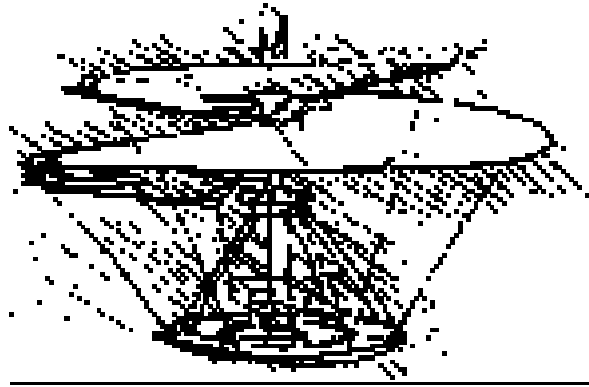


# PROPELLERTEORI

Subtask 4

22/5-01

Josef Aranki, Hans Sipilä, Gustav Sundström



## Sammanfattning

Flygplanspropellern är en mycket viktig komponent av flygplanet som helhet. Propellerns utformning är beroende av flygplanets utformning och arbetsområde. Propellerns uppgift är att tillföra flygplanet en dragkraft som är tillräckligt stor för att en lyftkraft på vingarna ska uppstå. Beroende på flygplanets utformning så är den nödvändiga dragkraften för att lyfta ett specifikt flygplan given av tillverkaren. För att uppnå denna givna dragkraft med hög effektivitet är det nödvändigt att använda den största möjliga propeller disk diametern. En propeller är egentligen en ving som är placerad vinkelrät mot flygriktningen. Detta medför att lyftkraften på en vanlig ving kommer att verka som dragkraften på en propeller. Att räkna på en propeller är detsamma som att räkna på en ving.

För att välja ut den optimala propellern som skall sitta på ett flygplan av en viss typ behövs således ett bra verktyg som möjliggör variation av flyghastigheter, flyghöjder, propellervarvtal och utformningen av propellern (vilken vingprofil som skall användas). Möjlighet att använda flera vingprofiler och ha en varierande korda radiellt i propellern är också viktigt för propellerns optimering. För detta ändamål behövs en grundläggande teori för hur propellrar fungerar, hur dragkraften beräknas samt en lämplig beräkningsmetod för att få fram verkningsgraden. Propellerns verkningsgrad bör ligga över 90%. En stor propeller som drivs med lågt varvtal är fördelaktigt eftersom detta ger den högsta verkningsgraden och sparar på så vis energi.

Det finns en mängd propellrar ute på marknaden som kan undersökas med hjälp av programmet. Med lite tur är någon av dessa tillräckliga för projektets krav annars är det möjligt att tillverka en egen propeller utifrån de data programmet ger. Det är definitivt möjligt att hitta en bättre propeller än vad som finns på marknaden om man bara har tid och tålamod att optimera propellern. Det bör också vara möjligt att tillverka åtminstone propellerbladen själv. Svårigheten ligger i om man vill kunna variera propellerbladens bladvinkel eftersom detta kräver en komplicerad mekanisk konstruktion. En möjlighet vore dock att köpa den delen av propellern och tillverka bladen till den förutsatt att det inte blir för dyrt.

## Innehållsförteckning

Sammanfattning	1
Innehållsförteckning	2
Inledning	3
Beteckningar	4
Grundläggande teori	5
Geometric pitch	7
GP:s påverkan på en propellers prestanda	7
Bladelementteori (Blade element theory)	9
Prestanda för ett bladelement	10
Metod för att beräkna en propellers verkningsgrad	13
Slutsatser	14
Referenser	14
Bilaga1	15
Bilaga2	23
Bilaga3	25

## Inledning

Det här projektet syftar till att undersöka hur propellrar fungerar samt att ta fram ett verktyg, i det här fallet ett Matlabprogram, för att underlätta design och beräkningar av propellrar. Frågorna som måste lösas är många och ofta komplicerade.

- Hur stor propeller skall man ha och ska den snurra fort eller långsamt?
- Hur inverkar bladvinkel och tordering på propellerns prestanda?
- Vilken verkningsgrad kan man förvänta sig av en propeller?
- Hur inverkar varierande korda på prestandan?

För att kunna besvara dessa frågor krävs en god förståelse för vad en propeller är. Propellerbladet är i princip en ving, den enda skillnaden är att anfallsvinkeln mot luftströmmen är beroende dels av flygplanets hastighet och dels av propellerns varvtal. Skulle anfallsvinkeln bli för hög riskerar propellern att 'ställa' och på så vis förlora en stor del av dragkraften. För att kunna genomföra beräkningarna behövs en mängd antaganden, t.ex :

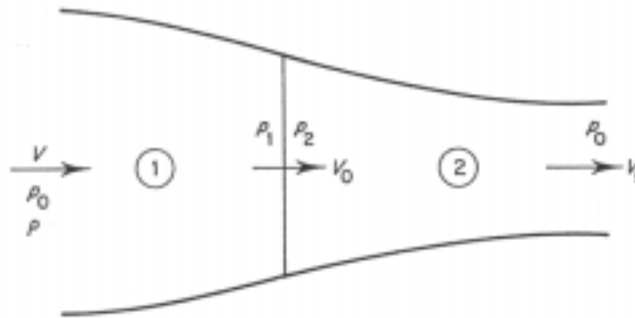
- hur snabbt flygplanet kommer flyga
- vilka varvtal som kan vara aktuella
- hur stor propeller är det rimligt att använda.
- hur stora Reynolds tal som gäller eftersom detta påverkar valet av vingprofil till propellern.

## Beteckningar

$T$	Total Dragkraft	
$S$	Propellerskivans Area	
$\rho$	Täthet (densitet)	
$V_0$	Lufthastigheten genom propellerskivan	
$V$	Luftens hastighet långt uppströms	
$V_s$	Luftens hastighet långt nedströms	
$p_1$	Trycket alldeles uppströms propellerskivan	
$p_2$	Trycket alldeles nedströms propellerskivan	
$a$	Inflödeskoefficient till propellern vid en given radie (se bild 7)	
$b$	Inflödeskoefficient till propellern i radiell led (se bild 7)	
$\frac{dE}{dt}$	Energien som motorn tillför propellern	
$\eta_i$	Verkningsgrad på element $i$ på propellern	
GP	geometrisk pitch (se bild 2)	
$r$	radiell koordinat på propellern	
$\theta$	Vinkel mellan propellerbladens nollyftlinje och propellerns rotationsplan (se bild 2)	
$V_{in}$	Luftflödet från rörelsen framåt	} se bild 3
$V_R$	Resulterande hastigheten	
$\delta L$	Lyftkraft	
$\delta T$	Dragkraft	
$\delta D$	Motstånd	
$\delta Q$	Vridmoment	
$J$	Avancerings talet	
$D$	Propellerdiameter	
$n$	Varvtalet	
$\Omega$	Propellerns vinkelhastighet	
$\omega$	Strömningens vinkelhastighet	
$\Omega r$	Ett bladelements hastighet i rotationsplanet	
$\sigma$	Soliditet	
$B$	Antal propellerblad	
$c$	Kordan	
$\dot{m}$	Massflöde	
$\alpha$	anfallsvinkeln	
$C_L$	Lyftkraftskoefficient	
$C_D$	Motståndskoefficient	

## Grundläggande teori

För att kunna göra beräkningar på en propeller måste någon form av teori för hur dragkraften uppkommer ställas upp. Följande metod enligt Froude ('Froude's momentum theory') bygger på att propellern ses som en oändligt tunn cirkulär skiva med en area  $S$ . Skivan ger inte upphov till något motstånd på den luft som passerar genom den. Luften tillförs energi i form av tryckenergi då den passerar genom skivan. Luftens hastighet genom skivan antas vara konstant över denna.



*Bild 1. Den ideala skivan samt strömningen runt denna*

De yttre svängda linjerna representerar de strömlinjer som avskiljer fluiden som passerar genom skivan från resten av fluiden. Enligt hur en strömlinje fungerar kan inget av fluiden passera ut ur eller in i det strömrör som bildas av strömlinjerna. Fluidens hastighet långt uppströms om skivan är  $V$  och trycket är  $p_0$ . Då fluiden i strömröret närmar sig skivan ökar dess hastighet till  $V_0$  samtidigt som trycket sjunker till  $p_1$ . Då fluiden passerar genom skivan ökar trycket till  $p_2$  men hastigheten är oförändrad p.g.a krav på kontinuitet. Nedströms om skivan accelereras fluiden till dess att trycket återgått till  $p_0$  och hastigheten ökat till  $V_s$ .

Massan av den fluid som passerar genom skivan under en tidsenhet =  $\rho S V_0$

då  $\rho$  är fluidens densitet och  $S$  är skivans area. Detta ger att skivans dragkraft  $T$  är

$$T = \rho S V_0 (V_s - V) \quad (1)$$

Dragkraften kan också beräknas ur trycket på båda sidor om skivan enligt

$$T = S(p_2 - p_1) \quad (2)$$

Bernoullis ekvation kan användas i område ett och två, dvs framför och bakom skivan. Observera att ekvationen däremot inte gäller över hela området eftersom fluiden tillförs energi då den passerar genom skivan. Efter lite räknande fås att

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho (V_s^2 - V^2) \quad (3)$$

Sätts detta in i ekv (1) och (2) fås att

$$\frac{1}{2} \rho S (V_s^2 - V^2) = \rho S V_0 (V_s - V) \quad (4)$$

eller efter division med  $\rho S (V_s - V)$

$$V_0 = \frac{1}{2} (V_s + V) \quad (5)$$

Alltså är hastigheten genom skivan det aritmetiska medelvärdet av hastigheten långt uppströms och långt nedströms om skivan. Genom att sätta

$$V_0 = V(1+a) \quad (6)$$

fås efter lite räknande att

$$V_s = V(1+2a) \quad (7)$$

Här står  $a$  för inflödet till skivan i axiell led. En massenhet av fluiden framför skivan har den kinetiska energin  $V^2/2$  och en tryckenergi motsvarande  $p_0$  medan samma massa nedströms skivan har en kinetisk energi  $V_s^2/2$  och samma tryckenergi som framför skivan. Det inses att energiökningen i systemet sker med en hastighet enligt

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \rho S V_0 (V_s^2 - V^2) \quad (8)$$

$dE/dt$  är den energi som tillförs skivan dvs den energi en motor måste tillföra till propellern. Om man nu antar att skivan rör sig med en hastighet  $V$  genom en från början stillastående fluid görs ett arbete  $T V$ . Detta ger en verkningsgrad  $\eta_i$  för propellern motsvarande

$$\eta_i = \frac{TV}{\frac{1}{2} \rho S V_0 (V_s^2 - V^2)} \quad (9)$$

vilket då ekv (1) sätts in efter förenkling ger att

$$\begin{aligned} \eta_i &= \frac{V}{\frac{1}{2} (V_s + V)} = \frac{2}{1 + \frac{V_s}{V}} \\ &= \frac{V}{V_0} = \frac{1}{1+a} \end{aligned} \quad (10)$$

Detta är den ideala verkningsgraden för skivan även kallad 'Froude's verkningsgrad' för framdrivningssystemet. I verkligheten motsvaras denna skiva av en propeller eller turbinen i en jetmotor. Dessa kommer att bryta mot några eller alla antaganden som gjorts. Varje avvikning från det ideala tillståndet kommer att leda till en minskning av verkningsgraden vilket innebär att ett verkligt framdrivningssystem alltid kommer ha en lägre verkningsgrad än den som beräknas med den här metoden.

Ekv (10) visar att för en viss hasighet  $V$  minskar verkningsgraden då  $V_s$  ökar. Eftersom dragkraften fås av att en luftmassa accelereras kan två extremfall studeras.

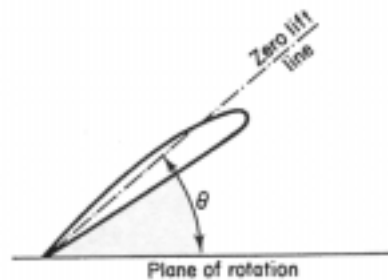
(i) I det första fallet är skivans (propellerns) diameter stor. Det innebär att en stor luftmassa påverkas vilket får till följd att luftmassan inte behöver accelereras så mycket. Det innebär att verkningsgraden är relativt hög.

(ii) I det andra fallet är skivans diameter liten och en liten luftmassa påverkas då. Här måste luften accelereras betydligt mer för att samma hastighet skall uppnås. Verkningsgraden blir nu betydligt mindre.

Slutsats av detta blir alltså att en stor långsamt roterande propeller är att föredra för att uppnå en så hög verkningsgrad som möjligt.

### Geometrisk pitch

Bilden nedan visar profilen hos ett propellerblad vid radien  $r$  från propelleraxeln. Elementets 'Geometric pitch' (GP) är  $2\pi r \tan \theta$  där  $\theta$  är vinkeln mellan propellerbladets nollyftlinje vid en viss radie  $r$  och propellerns rotationsplan. Detta innebär alltså att GP mäts i meter på samma sätt som t.ex en skruvs stigvinkel mäts i meter.



*Bild 2* Definition av vinkeln  $\theta$

GP är ofta konstant längs hela propellerbladet men det händer dock att propellerbladet är torderat. I dessa fall tas GP vid 70% av propellerradien, detta kallas 'Geometric meanpitch'. Eftersom GP anses bero enbart av propellerbladens geometri är den alltid en viss längd. GP beror således inte på saker som t.ex flyghastighet eller varvtal. Det är dock vanligt att GP kan varieras mekaniskt under flygningen för att nå optimal verkningsgrad.

### GP's påverkan på en propellers prestanda

Hur påverkar GP propellerns prestanda? Svaret fås om man studerar ett propellerblad vid två olika GP. I figuren nedan har den vänstra propellern en liten GP och den högra en stor GP. Vid låg hastighet, t.ex under starten är luftflödet från rörelsen framåt,  $V_{in}$ , liten. Den resulterande hastigheten  $V_R$  uppkommer dels av  $V_{in}$  och dels av propellerns rotationshastighet  $2\pi nr$ . Som synes av bild (a) ger detta en stor lyftkraft,  $\delta L$ , eller för en propeller dragkraft,  $\delta T$ . Man får också ett litet motstånd,  $\delta D$ , vilket för propellern motsvaras av vridmomentet  $\delta Q$ . Alltså jobbar propellern vid en hög verkningsgrad.

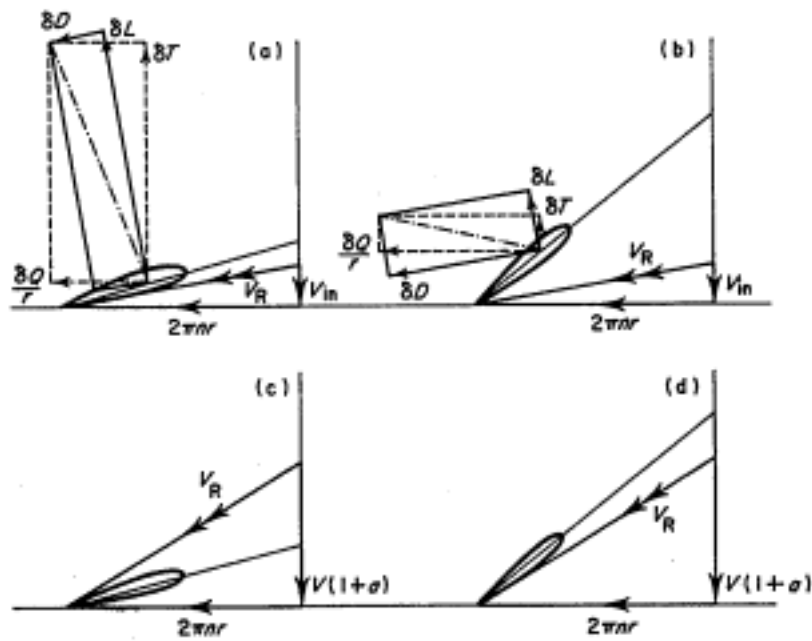


Bild 3 GP:s inverkan på en propellers prestanda

I bild (b) däremot är läget det motsatta. Den höga anfallsvinkeln gör att dragkraften  $\delta T$  blir liten medan vridmomentet istället blir stort. Alltså jobbar propellern i det här läget vid en väldigt dålig verkningsgrad.

Samma analys kan göras vid hög flyghastighet  $V_{in}$  och resultatet blir då enligt bild (c) och (d). Resultatet blir här som synes det omvända vilket följaktligen innebär att vid låga hastigheter bör en liten GP användas och vid höga hastigheter skall en stor GP användas.

Det finns propellrar som kan ställas i två olika lägen för att kunna flyga vid en skaplig verkningsgrad under hela flygningen. Bilden nedan visar verkningsgraden  $\eta$  plottat mot avanceringsstalet  $J$ . Avanceringsstalet definieras som

$$J = \frac{V}{nD} \quad (11)$$

där  $V$  är flygplanets hastighet,  $n$  är propellerns varvtal och  $D$  propellerdiametern.

Kurvan (a) gäller för en liten GP och (b) för stor GP. Den streckade kurvan är den verkningsgrad som gäller då de båda GP kombineras.

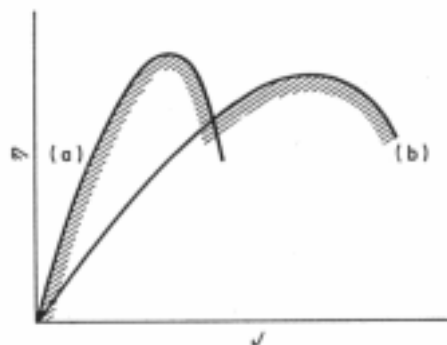
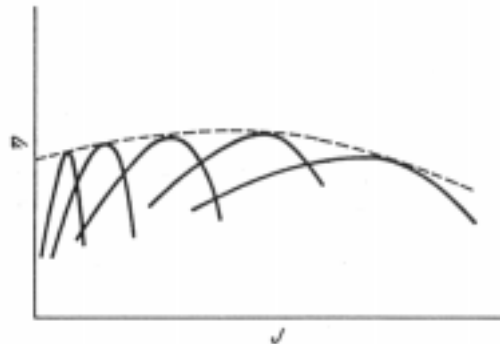


Bild 4  $J$ - $\eta$  kurva för två olika GP

För att få en ännu bättre verkningsgrad kan en propeller med steglös variation av GP användas. Det blir då möjligt att för alla möjliga kombinationer av flyghastigheter och varvtal hålla den maximala verkningsgraden på det sätt som visas i bilden nedan.



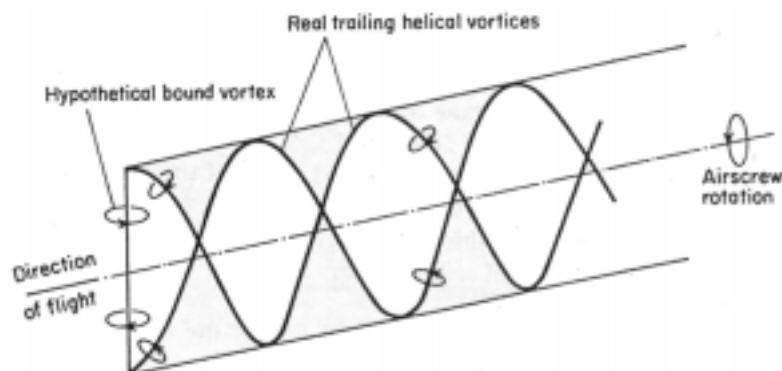
*Bild 5* Verkningsgraden för en propeller med steglös GP

Det är ibland också möjligt att 'flöjla' propellern vilket innebär att propellerbladen ställs parallella med flygriktningen. Detta används för att hindra att propellern börjar rotera av sig själv och på så vis även vrida runt motorn (kallas för att 'vindmilla'). På så vis undviker man dels att skada motorn samt man minskar även motståndet vid ett eventuellt motorhaveri. Det kan även vara möjligt att ställa in en negativ GP på propellerbladen vilket då ger en negativ dragkraft, det kallas för att reversera motorn. På så sätt kan man få en bättre bromskraft och minska bromssträckan vid landning.

### Bladelementteori (Blade element theory)

Med bladelementmetoden kan man beräkna en propellers prestanda och även hur man skall designa en propeller för att få önskad prestanda hos en propeller.

Det första som måste studeras är virvelsystemet hos en propeller. Propellerbladet fungerar som en vinge och genererar en lyftkraft. Lyftkraften fås dock istället ut som en dragkraft som driver flygplanet framåt. Precis som hos en vanlig vinge kan propellerbladet ersättas av en virvel för att förenkla beräkningarna. Utöver denna virvel fås en virvel av propellerbladens spetsar men eftersom propellern roterar och rör sig framåt blir spetsvirveln spiralformad. Bilden nedan visar virvelsystemet hos en tvåbladig propeller.



*Bild 6* Virvelsystemet hos en tvåbladig propeller



Som synes av bilden utsätts elementet för en lyftkraft  $\delta L$  samt motståndet  $\delta D$  vilket för propellern kan ses som dragkraften  $\delta T$  samt en "vridkraft"  $\delta Q/r$  där  $\delta Q$  är det vridmoment som krävs för att rotera elementet runt propelleraxeln.

Nu är frågan hur man skall göra för att beräkna dragkraften, vridmomentet och verkningsgraden för propellern? Svaret på frågan är att för en given flyghastighet, varvtal, GP, radie och ytterligare några variabler kan värden på  $a$  och  $b$  beräknas där  $b$  är inflödet till propellern i radiell led. Utifrån dessa värden hitta  $\delta T$ ,  $\delta Q$  och  $\eta$ . Här följer en kort härledning av ekvationerna som behövs. Börja med att ta fram några grundkv. Ur bilden ovan:

$$V_R = V(1+a) \frac{1}{\sin \phi} = \Omega r(1-b) \frac{1}{\cos \phi} \quad (13)$$

$$\tan \phi = \frac{V(1+a)}{\Omega r(1-b)} \quad (14)$$

Soliditeten på ringen som bildas av elementet då det roterar runt propelleraxeln blir

$$\sigma = \frac{Bc}{2\pi r} \frac{\delta r}{\delta r} = \frac{Bc}{2\pi r} \quad (15)$$

där  $B$  är antalet propellerblad och  $c$  är propellerbladets korda vid den aktuella radien. Det gäller att

$$\delta L = Bc\delta r \frac{1}{2} \rho V_R^2 C_L \quad (16)$$

$$\delta D = Bc\delta r \frac{1}{2} \rho V_R^2 C_D \quad (17)$$

Dessa ekv. kan användas för att ta fram  $\delta T$  och  $\delta Q$

$$\begin{aligned} \delta T &= \delta L \cos \phi - \delta D \sin \phi = \\ &Bc\delta r \frac{1}{2} \rho V_R^2 (C_L \cos \phi - C_D \sin \phi) \end{aligned} \quad (18)$$

Efter derivering

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dr} &= Bc \frac{1}{2} \rho V_R^2 (C_L \cos \phi - C_D \sin \phi) = \\ &2\pi r \sigma \frac{1}{2} \rho V_R^2 (C_L \cos \phi - C_D \sin \phi) \end{aligned} \quad (19)$$

Sätt

$$t = C_L \cos \phi - C_D \sin \phi \quad (20)$$

vilket ger att

$$\frac{dT}{dr} = \pi r \sigma t \rho V_R^2 = Bc \frac{1}{2} \rho V_R^2 t \quad (21)$$

vilket gäller för hela propellern eller för ett propellerblad

$$\frac{dT}{dr} = c \frac{1}{2} \rho V_R^2 t \quad (22)$$

Sätt

$$q = C_L \sin \phi + C_D \cos \phi \quad (23)$$

så fås för vridmomentet p.s.s att

$$\frac{dQ}{dr} = \pi r^2 \sigma q \rho V_R^2 = Bcr \frac{1}{2} \rho V_R^2 p \quad (24)$$

eller per propellerblad

$$\frac{dQ}{dr} = cr \frac{1}{2} \rho V_R^2 p \quad (25)$$

Studera nu strömningens rörelsemängdsmoment i axiell led genom en 'annulus'. En 'annulus' är volymen mellan två koncentriskt cylindrar. Dragkraften  $\delta T$  är lika med massflödet genom elementet multiplicerat med hastighetsändringen i axiell led vilket ger att

$$\dot{m} = 2\pi r \rho \delta r V (1+a) \quad (26)$$

men

$$\Delta V = V_s - V = V(1+2a) - V = 2aV \quad (27)$$

vilket ger att

$$\frac{dT}{dr} = 4\pi \rho r V^2 a (1+a) \quad (28)$$

Med hjälp av ekv (28), (22) och (13) fås att

$$\frac{a}{1+a} = \frac{1}{4} \sigma t \frac{1}{\sin^2 \phi} \quad (29)$$

På samma sätt kan man genom att använda att

$$\delta Q = \dot{m} \Delta \omega r^2 \quad (30)$$

då  $\Delta \omega$  är ändringen i vinkelhastighet hos luften då den passerar propellern få fram att

$$\frac{b}{1-b} = \frac{1}{2} \sigma q \frac{1}{\sin 2\phi} \quad (31)$$

Man kan nu beräkna verkningsgraden,  $\eta$ , för propellerbladet på följande sätt

$$Uteffekt = VT = V \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \delta T = V \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{dT}{dr} \delta r \quad (32)$$

$$Ineffekt = 2\pi n Q = 2\pi n \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \delta Q = 2\pi n \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{dQ}{dr} \delta r \quad (33)$$

Detta ger att

$$\eta = \frac{Uteffekt}{Ineffekt} = \frac{VT}{2\pi n Q} \quad (34)$$

Med hjälp av detta kan nu  $dT/dr$  och  $dQ/dr$  beräknas utmed flera olika punkter utmed propellerbladet. Genom att sedan plotta resultatet och beräkna arean under kurvorna kan den totala dragkraften  $T$  och vridmomentet  $Q$  beräknas och alltså även den totala verkningsgraden  $\eta$ .

### Metod för att beräkna en propellers verkningsgrad (även kort beskrivning av programmet)

- (1) Först behövs en mängd indata: Propellerns max- och minradie, lokala kordan på propellerbladet, GP, data på  $C_L$  och  $C_D$ , flyghöjd, flyghastighet och propellerns varvtal. Det behövs också en skaplig gissning på vad  $a$  och  $b$  är.
- (2) Beräkna tätheten  $\sigma$  ur (20) samt  $\tan\theta$  från att
 
$$2\pi r \tan\theta = GP \quad (35)$$
 Beräkna även ljudhastigheten.
- (3)  $\phi$  fås av ekv (18), sedan beräknas  $V_R$  ur ekv (15). Man kan då hitta anfallsvinkeln  $\alpha = \theta - \phi$  för att från lämplig data få fram  $C_L$  och  $C_D$ .
- (4) Ekv (25) och (28) ger sedan värden på  $t$  och  $q$ .
- (5) Med dessa värden kan nya värden på  $a$  och  $b$  räknas ut.
- (6) Upprepa steg (3) – (5) tills en godtagbar noggrannhet på  $a$  och  $b$  har uppnåtts.
- (7) För att ta fram verkningsgraden för hela propellern görs steg (2) – (6) för flera olika punkter radiellt utmed propellerbladet. Sedan integreras  $dT/dr$  och  $dQ/dr$  över radien för att ta fram  $T$  och  $Q$ .
- (8) Beräkna  $\eta$  enligt

$$\eta = \frac{V}{2\pi n} \frac{T}{Q} \quad (36)$$

- (9) Vill man även få fram så kallade  $J$ - $\eta$  kurvor kan man göra beräkningarna för olika hastigheter och varvtal för att få fram en kurva. Önskas kurvor för olika GP är det bara att variera även detta, man får då en kurva för varje GP.

### Slutsatser

Man kan se att en propeller bör ha en verkningsgrad minst över 80% och helst över 90%, annars har man gjort ett dåligt jobb. Propellern bör vara så stor som det är praktiskt möjligt för att inte behöva ha så höga varvtal. Detta ger en hög verkningsgrad och sparar på så vis energi.

Det finns ett par vingprofiler som används ofta till propellrar, det är dels NACA 4412 samt den s.k. Clark Y profilen. Den senare är från 1910-talet och är populär bland modellflygare eftersom den är lätt att konstruera med sin helt plana undersida.

Det är också att rekommendera att propellerbladen torderas så att bladvinkeln minskar ut mot bladspetsen. Kordan bör vara nästan parallell med flygriktningen vid roten och i stort sett vinkelrät mot flygriktningen ute vid spetsen.

### Referenser

Houghton E.L. & Carpenter P.W., *Aerodynamics for Engineering Students 4:th ed.*  
Edward Arnold

Anderson John D. Jr, *Introduction to Flight 4:th ed.*, McGraw-Hill, 2000

Heath Michael T. ,*Scientific Computing An introductory survey*, McGraw-Hill, 1997

## Bilaga 1

### Definition av variablerna i propellerkoden

er	=	jordens radie
gp	=	geometrisk pitch
gpmax	=	maximal geometrisk pitch
gpmin	=	minimal geometrisk pitch
B	=	antal propellerblad
r	=	propeller radie
rmax	=	maximal propeller radie
rmin	=	minimal propeller radie
n	=	propellerns varvtal
m	=	antal element som propellerradien delas upp i
s	=	antal delar som gp delas upp i
x	=	geometrisk flyghöjd
h	=	geopotentiell flyghöjd
v	=	flyghastighet
Vmax	=	maximal flyghastighet
Vmin	=	minimal flyghastighet
vstep	=	hastighetsindelning
rstep	=	radieindelning
gstep	=	geometrisk pitchindelning
rho	=	densiteten vid en given flyghöjd
T	=	temperaturen vid en given flyghöjd
vsound	=	ljudets hastighet vid en given flyghöjd
radie	=	fil med propellerdatafilnamn som läses in
ohmegar	=	Ett bladelements hastighet i rotationsplanet
theta	=	fås ur geometrin (se bild 7)
phi	=	se bild 7
a	=	inflöde till propellern vid en given radie (se bild 7)
b	=	inflöde till propellern i radiell led (se bild 7)
q	=	$C_l \cdot \sin(\phi_i) + C_d \cdot \cos(\phi_i)$
t	=	$C_l \cdot \cos(\phi_i) - C_d \cdot \sin(\phi_i)$
vr	=	radiell hastigheten
alpha	=	anfallsvinkeln
sigma	=	Soliditeten
cl	=	lyftkraftskoefficienten
cd	=	motståndskoefficienten
C	=	kordan
T	=	total dragkraften
Q	=	vridmomentet
J	=	avanceringsstalet
eta	=	verkningsgraden

## Huvudprogrammet

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Propellerteori
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear; clc;
format short ;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Av användaren givna indata
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
gp = input('Ange geometrisk pitch: ');
B = input('Hur många propellerblad? ');
C = input('Hur lång korda skall propellern ha? ');
rmin = input('Välj innerradie på propellern! ');
rmax = input('Välj ytterradie på propellern! ');
n = input('Vilket propellervarvtal i rpm vill du ha? ');/60;
x = input('Ange geometrisk flyghöjd i meter: ');
Vmin = input('Ange min flyghastighet: ');
Vmax = input('Ange max flyghastighet: ');
tordering = input('Hur kraftig tordering vill du ha? ');
[radie] = textread('radie.m', '%q', 'headerlines', 5);
m = 10;
er = 6356766;
h = er*x/(er+x);
vstep = (Vmax-Vmin)/m;
rstep = (rmax-rmin)/m;
tordstep = tordering/m;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Anrop av funktionen atmos där densiteten för en given höjd beräknas
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[rho] = atmos(h);

astart = 0.1;
bstart = 0.02;
for i = 1:m+1
    v = Vmin+(i-1)*vstep;

    for j = 1:m+1
        r = rmin+(j-1)*rstep;
        GP = gp-(j-1)*tordstep;

        ohmegar = 2*pi*r*n;
        theta = atan2(GP, (2*pi*r));
        sigma = B*C/(2*pi*r);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Anrop av funktionen iteration där konstanterna a och b itereras fram
% och q,t och vr beräknas
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[a,b,q,t,vr]=iteration(v,r,ohmegar,theta,sigma,radie(j),astart,bstart);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
astart = a;
bstart = b;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% De olika värdena som fås ur funktionen iteration läggs in vektorer
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
V(i) = v;
qvek(j,i) = q;
tvek(j,i) = t;
avek(j,i) = a;
bvek(j,i) = b;
Vr(i) = vr;
R(j) = r;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Beräkning av dragkraft och vridmoment per element av propellern
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
dTdr(j,i) = 0.5*rho*(Vr(i))^2*C*tvek(j,i);
dQdr(j,i) = 0.5*rho*(Vr(i))^2*C*R(j)*qvek(j,i);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

end
astart = sum(avek(i),1)/(m+1);
bstart = sum(bvek(i),1)/(m+1);
J(i) = V(i)/(n*2*rmax);
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Summering av alla bidrag på dragkraft och vridmoment
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
DTDR = sum(dTdr);
DQDR = sum(dQdr);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Numerisk integration av bidragen ovan för att få fram den totala
% dragkraften och det totala vridmomentet samt den totala verkningsgraden
% på hela propellern
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
h = (rmax-rmin)/m;

for i = 1:m+1
    T(i) = h*(DTDR(1,i)-(dTdr(1,i)+dTdr(m+1,i))/2);
    Q(i) = h*(DQDR(1,i)-(dQdr(1,i)+dQdr(m+1,i))/2);
    eta(i) = (V(i)*T(i))/(2*pi*n*Q(i));
end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Anrop av funktionen graf som retunerar text som används till graf
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[T1,T2,T3,T4,T5,T6,T7,T8]=graf(gp,B,C,rmin,rmax,n,x,Vmin,Vmax,tordering);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Plot
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
h = axes('Position',[0 0 1 1],'Visible','off');
    axes('Position',[0.54 0.55 0.4 0.35]);

plot(J,eta), axis([0,3,0,1.2]), title('Verkningsgrad (\eta)'),...
    xlabel('J'), ylabel('\eta');

axes('Position',[0.07 0.1 0.4 0.35]);
plot(J,Q), title('Vridmoment (Q)'), xlabel('J'), ylabel('Q');

axes('Position',[0.54 0.1 0.4 0.35]);
plot(J,T), title('Dragkraft (T)'), xlabel('J'), ylabel('T');

str(1)={T1};
str(2)={T2};
str(3)={T3};
str(4)={T4};
str(5)={T5};
str(6)={T6};
str(7)={T7};
str(8)={T8};

set(gcf,'CurrentAxes',h);
text(0.1, 0.7, str, 'FontSize',10)

```

## Funktioner

### 'iteration'

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Här itereras bra värden på a och b fram och phi, alpha och vr beräknas
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [a,b,q,t,vr]=iteration(v,r,ohmegar,theta,sigma,fil,astart,bstart)

deltaa      =      1;
deltab      =      1;
iter        =      1;
max_iter    =      100;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% iterationsslinga
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

while (abs(deltaa)>=1e-5 | abs(deltab)>=1e-5) & iter<=max_iter

    iter      =      iter+1;
    phi       =      atan2((v*(1+astart)),(ohmegar*(1-bstart)));
    alpha     =      theta-phi;
    vr        =      v*(1+astart)/sin(phi);

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    % Anrop av funktionen interpolation där ett interpolerat värde på
    % cl och cd tas fram via anfallsvinkeln
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

    [cl,cd]   =      interpolation(fil,alpha);

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    % cl och cd överensstämmer med den beräknade anfallsvinkeln och kan
    % nu användas för vidare beräkningar
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

    q         =      cl*sin(phi)+cd*cos(phi);
    t         =      cl*cos(phi)-cd*sin(phi);

    aterm     =      sigma*t/(4*sin(phi)^2);
    bterm     =      sigma*q/(2*sin(2*phi));

    b         =      bterm/(1+bterm);
    a         =      aterm/(1+aterm);

    deltaa    =      abs(astart-a);
    deltab    =      abs(bstart-b);
    astart    =      mean([a astart]);
    bstart    =      mean([b bstart]);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Iterationen är klar och phi,alpha och vr beräknas
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

phi          =      atan2((v*(1+a)),(ohmegar*(1-b)));
alpha        =      (theta-phi);
vr           =      v*(1+a)/sin(phi);

```

## 'interpolation'

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Funktionen tar det beräknade alpha (anfallsvinkel) värdet och jämför det
% med anfallsvinklarna som finns i fil varefter den plockar ut de två
% anfallsvinklarna som ligger närmast på var sin sida om värdet och plockar
% ut cl och cd för dessa två värden och interpolerar mellan dem. På så
% sätt uppnås ett bra värde på cl och cd som används i beräkningarna.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [cl,cd]=interpolation(fil,alpha);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Filinläsning
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
file      =      char(fil);
fid       =      fopen(file);
[data]    =      fscanf(fid,'%f %f %f',[3,inf]);

for i     =      1:length(data)
    Cl(i)  =      data(1,i);
    Cd(i)  =      data(2,i);
    angle(i) =      data(3,i);
end
fclose(fid);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Söker index på de två närmaste värden till alpha
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Alpha     =      alpha*180/pi;

for i     =      1:length(angle)
    delta(i) =      abs(Alpha-angle(i));
end

deltasort =      sort(delta);
index1    =      find(delta==deltasort(1));
index2    =      find(delta==deltasort(2));

if deltasort(1)==deltasort(2)
    i1     =      index1(1);
    i2     =      index2(2);
else
    i1     =      index1;
    i2     =      index2;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Korrigeringar för olika fall som kan uppstå när indexen tas fram
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
if Alpha<angle(i1) & Alpha<angle(i2)
    i2     =      i2-2;
end

if Alpha>angle(i1) & Alpha>angle(i2)
    i2     =      i2+2;
end

if i2>length(angle)
    i2     =      i2-2;
end

if i2<1
    i2     =      i2+2;
end

x         =      (Alpha-angle(i1))/(angle(i2)-angle(i1));

```

```

c1      =      x*(Cl(i2)-Cl(i1))+Cl(i1);
cd      =      x*(Cd(i2)-Cd(i1))+Cd(i1);

```

### 'atmos'

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Funktion som returnerar temperatur, tryck, densitet, viskositet,
% ljudhastighet, reynolds tal, machtal, hastighet och motstånd. Indata är %
% geopotentiell höjd. Funktionen gör olika beräkningar för temperatur,
% tryck % och densitet för de två olika temperaturskikt som förekommer
% inom %intervallet 0 - 25 000 meter.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [Rho,T1,a]=atmos(h)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Lista på konstanter
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
T0      =      288.16;
g0      =      9.80665;
P0      =      101325;
P1      =      22632;
Rho0    =      1.225;
Rho1    =      0.36391;
h1      =      11000;
g0      =      9.80665;
my0     =      1.7894e-5;
S       =      110.6;
a1      =      -0.0065;
gamma   =      1.40;
R       =      P0/(Rho0*T0);
m       =      4000;
Area    =      65;
c       =      1.45;
Cd0     =      0.02;
Cl      =      0.5;
k       =      0.016;

%Cd=Cd0+k*Cl^2;
if h<=11000

    T1    =      T0+a1*h;
    P     =      P0*((T1)/T0)^(-g0/(a1*R));
    Rho   =      Rho0*((T1)/T0)^(-(g0/(a1*R)+1));

else

    T1    =      216.66;
    P     =      P1*exp(-(g0/(R*T1))*(h-h1));
    Rho   =      Rho1*exp(-(g0/(R*T1))*(h-h1));

end

```

## Plot

'graf'

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [T1,T2,T3,T4,T5,T6,T7,T8]=graf(gp,B,C,rmin,rmax,n,x,Vmin,Vmax,tord);

t1 = 'Geometrisk pitch: ';
t2 = 'Antal blad: ';
t3 = 'Korda: ';
t4 = 'Inner/ytterradie: ';
t5 = 'Varvtal: ';
t6 = 'Höjd: ';
t7 = 'Min/max hastighet: ';
t8 = 'Tordering av blad: ';
t9 = ' / ';

T1 = [t1 num2str(gp)];
T2 = [t2 num2str(B)];
T3 = [t3 num2str(C)];
T4 = [t4 num2str(rmin) t9 num2str(rmax)];
T5 = [t5 num2str(n*60)];
T6 = [t6 num2str(x)];
T7 = [t7 num2str(Vmin) t9 num2str(Vmax)];
T8 = [t8 num2str(tord)];

```

## Datafiler

### 'radie.m'

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Datafil med filer för respektive radie
Filerna innehåller data uppräddade i tre kolumner där den första kolumnen är värden
på Cl den andra kolumnen är Cd och tredje är den absolut anfallsvinkeln.
Samtliga filer består av data taget från en CLARK Y - Profil
*****
r1.m
r2.m
r3.m
r4.m
r5.m
r6.m
r7.m
r8.m
r9.m
r10.m
r11.m

```

### r1.m

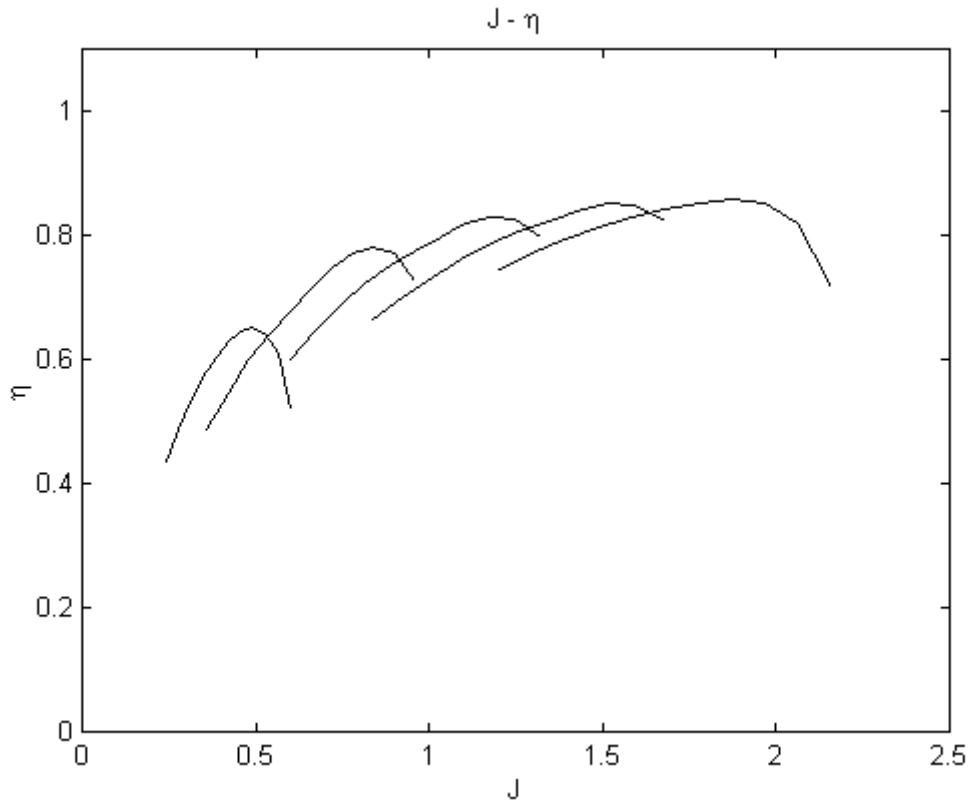
```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
0.05  0.01  1
0.27  0.015 4
0.38  0.019 5.5
0.5   0.027 7
0.6   0.033 9
0.7   0.039 10
0.82  0.049 11.5
0.94  0.06  13
1.04  0.075 15
1.13  0.089 16
1.21  0.108 18
1.32  0.122 19.5
1.39  0.143 21
1.45  0.17  23
1.49  0.189 24

```

## Bilaga 2

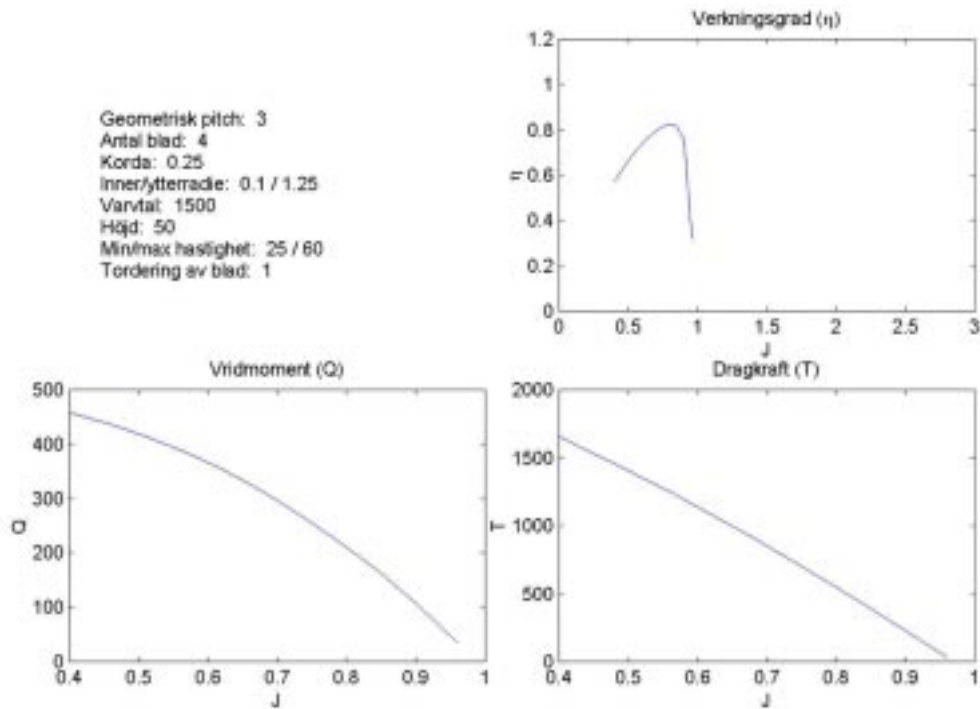
## Resultatexempel



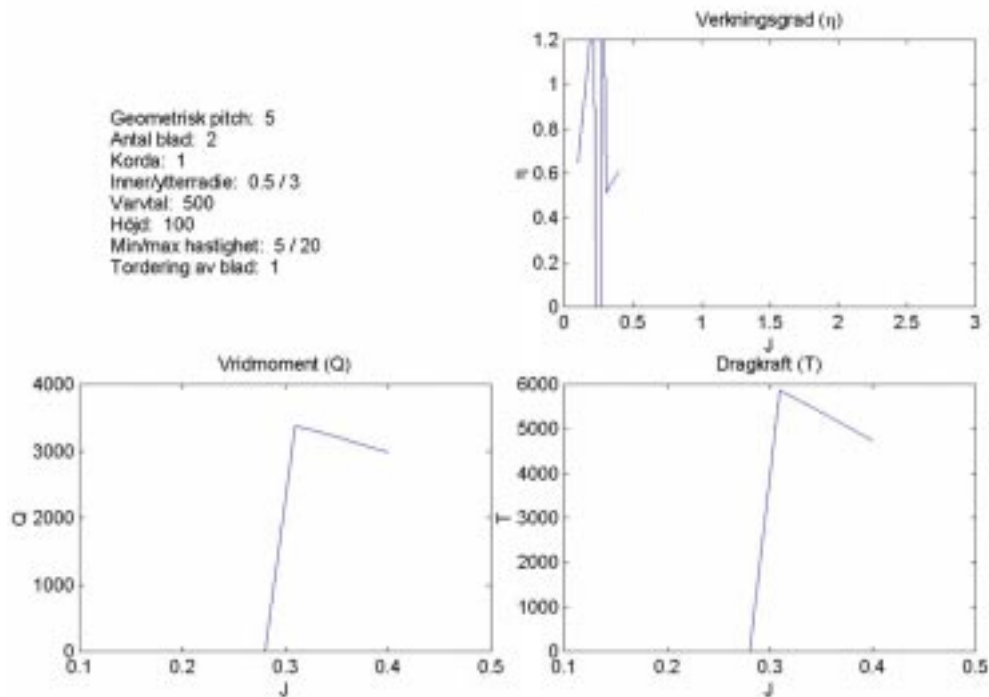
Det här resultatet har fåtts genom att köra programmet fem gånger med olika hastighetsintervall och GP utan att efter varje körning radera den gamla grafen. Vilka värden det är gjort för ses nedan.

Pitch [m]	Tordering [m]	Hastighet [m/s]
1	1	2-5
2	1	3-8
3	1	5-11
4	1	7-14
5	1	10-18

## Exempel på bra indata



## Exempel på dåliga indata



## Bilaga 3

### Kommentarer om programmet

Det är några saker man bör tänka på när man kör programmet. Det viktigaste är att inte ta för givet att resultatet är korrekt. Det är ju till exempel helt orimligt om  $J-\eta$  kurvan skulle ge en verkningsgrad över ett d.v.s. över 100% verkningsgrad eller en negativ verkningsgrad. Skulle detta inträffa beror det förmodligen på att antingen startgissningarna på värdena  $a$  och  $b$  varit för dåliga eller, vilket är mer troligt att man fått negativa anfallsvinklar på propellerbladen vilket ger en negativ dragkraft och andra liknande effekter. Det man kan göra är att helt enkelt ändra på hastighetsintervallet eller på den geometriska pitchen man matat in.

En annan sak att tänka på är att GP faktiskt mäts i meter och inte i grader som man skulle kunna tro. GP är relaterad till radien och för att få rimliga GP kan man räkna ut vinkeln  $\theta$  och kontrollera att den inte överstiger 90 grader. Vill man använda en viss vingprofil måste först filer för denna skapas, se till att dessa skrivs på exakt samma sätt som de filer som redan finns.